INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2008

Prof. Jürgen Stilck

Solução do 3º Teste

Vamos seguir os passos para a redução da derivada. Inicialmente, trazemos o potencial para o numerador:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_H = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V}.$$

Lembrando que $dH = TdS + Vdp$, podemos simplificar a derivada do numerador acima:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T + V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T.$$

A segunda derivada é o inverso de κ_T. Já a primeira reduzimos usando uma relação de Maxwell da representação da energia livre de Helmholtz:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = \frac{\alpha}{\kappa_T}$$

Assim:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{\kappa_T}(\alpha T - 1).$$

Vamos agora reduzir a derivada do denominador acima:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = C_V + \frac{\alpha V}{\kappa_T}.$$

Assim, temos o resultado:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_H = \frac{1-\alpha T}{\kappa_T C_V + \alpha V}.$$

Para um gás ideal, temos que $\alpha = 1/T$, de maneira que a derivada acima se anula.